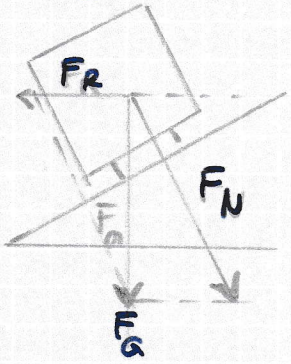
Erwartungshorizont zu den Übungsaufgaben

Aufgabe 2

a) Kräftebetrachtung an der überhöhten Kurve



- aufgrund der nebenstehenden Kräftebetrachtung erkennt man, dass $\vec{F}_N > \vec{F}_G$.

Da F_N senkrecht auf die Gleise wirkt, ist die dadurch bewirkte Reibungskraft größer als bei ebenen Gleisen, da hier F_G senkrecht auf die Gleise wirkt. Da bei der Kurvenfahrt die Reibungskraft der Zentripetalkraft entgegen wirkt, kann der Zug bei der überhöhten Kurve eine höhere Durchfahrtsgeschwindigkeit besitzen.

b) Berechnung des Kurvenradius:

$$\cancel{m v^2 = \mu}$$

$$F_z = F_R$$

$$\frac{m}{r} v^2 = \mu m g$$

$$v^2 = \mu r g$$

$$r = \frac{v^2}{\mu g}$$

Einsetzen der Daten liefert:

$$r = \frac{(54 : 3{,}6\,\frac{m}{s})^2}{0{,}16 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}$$

$$\underline{\underline{r = 143\,m}}$$

2b) Fortsetzung:

$$\tan\varphi = \frac{F_z}{F_G}$$

$$\tan\varphi = \frac{mv^2}{r \cdot mg} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{v^2}{rg}$$

$$\tan\varphi_1 = \frac{v_1^2}{rg} \Rightarrow \tan\varphi_1 = \frac{(63 : 3{,}6\,\frac{m}{s})^2}{143m \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}$$

$$\tan\varphi_2 = \frac{v_0^2}{rg} \Rightarrow \varphi_1 = 12{,}3^\circ$$

Einsetzen der Daten $\Rightarrow \tan\varphi_2 = \frac{(54\,\frac{m}{s} : 3{,}6)^2}{143m \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}$

$$\tan\varphi_2 = 0{,}160$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = 9{,}1^\circ$$

Überhöhungswinkel $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

$$\Delta\varphi = 12{,}3^\circ - 9{,}1^\circ = 3{,}2^\circ$$

c) Alternative zur Kurvenüberhöhung stellt die Neigetechnik eines Zuges dar. Hier wird die erhöhte Reibungskraft durch die Neigung des Zuges über eine Verlagerung des Schwerpunktes erreicht.

Aufgabe 3 – Kletterwand

a.a) Dynamische Methode:

Man befestigt am unteren Ende des Seils einen Schwingkörper und lenkt das Seil um eine kleine Strecke Δx aus. Mit der Stoppuhr bestimmt man dann die Periodendauer T der Schwingung. Aus dieser kann man dann über $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ die Länge des Seils und damit die Höhe der Wand bestimmen.

a.b) Statische Methode:

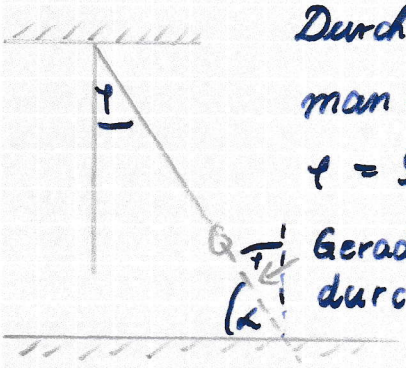
Man beschwert das Seil mit einem Schwingkörper und lenkt es um die Strecke Δx aus. Misst man nun Δx und kennt durch folgende Methode den Auslenkungswinkel, dann gilt:

$$\tan\varphi = \left(\frac{\Delta l}{\Delta x}\right)^{-1} = \left(\frac{l}{\Delta x}\right)^{-1} \Rightarrow l^{-1} = \Delta x \cdot \tan\varphi$$

$$\Rightarrow l = \left(\frac{\tan\varphi}{\Delta x}\right)^{-1} = \frac{\Delta x}{\tan\varphi}$$

analoge Rechnung: $\tan\varphi = \frac{\Delta x}{l} \Rightarrow l = \frac{\Delta x}{\tan\varphi}$

Methode zur Bestimmung von φ



Durch die geradlinige Verlängerung kann man mit einem Geodreieck α messen.

$\varphi = 90° - \alpha$

Geradlinige Verlängerung durch einen Stock

3b) $l_1 = 4 \cdot l$

$$\Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{4l}{g}} = 2 \cdot \underbrace{2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}}_{= T_0}$$

$$\Rightarrow T_1 = 2 \cdot T_0$$

Die Periodendauer verdoppelt sich bei der dynamischen Messung.

Beispiel für die statische Messung. $l = 1m$

$$\tan \varphi = \frac{4 \cdot 1m}{0{,}3m} \Rightarrow \varphi = 86° = 86°$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{1m}{0{,}3m} \Rightarrow \varphi_0 = 73°$$

$$\Rightarrow k = \frac{\varphi}{\varphi_0} = 1{,}18$$

φ beträgt das 1,18-fache von φ_0.

Aufgabe 4 - Harmonische Schwingung

a) Zeigen der harmonischen Schwingung

$F_R \hat{=}$ Auftriebskraft des Schwimmers:

$$F_R = \rho \cdot g \cdot V = \rho \cdot g \cdot A \cdot x$$

$$F_R = \underbrace{\rho g A}_{= \text{konstant}} \cdot x \Rightarrow D = \rho g A$$

$$F_R = D \cdot x \Rightarrow F_R \sim x \Rightarrow \text{harmonische Schwingung}$$

4 b) Berechnung der Periodendauer

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\rho V}{\rho A g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot A \cdot h}{\rho A g}}$$

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{h}{g}}$ einsetzen der Daten ergibt dann:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}10\,m}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} = 0{,}63\,s$$

c) Die Schwingungsdauer ändert sich nicht, da diese nicht von der Auslenkung abhängig ist gem. den Überlegungen aus 4b).

d) Bei der Auslenkung um $x = 15\,cm$ ist der Schwimmer vollständig unter Wasser. Damit ist aber das durch die Aufgabe vorgegebene Kräftegleichgewicht in der Ruhelage verletzt $\Rightarrow F_R \not\sim x \Rightarrow$ Die Schwingung ist nicht mehr harmonisch.

Musterlösung - weitere Aufgaben

Aufgabe 1:

a) Zunächst legt man mit Hilfe der Schwimmer im Wasser einen Abbildungsmaßstab für die Wasseroberfläche fest: (1cm = 2m) Dann bestimmt man durch Messung mit dem Lineal die horizontale Entfernung des Eintauchpunktes zum Sprungbrett und rechnet diese mit dem Maßstab entsprechend um. v erhält man dann wie folgt aus den nachstehenden quantitativen Überlegungen:

$$0 = h - \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}\cdot x^2$$

$$\frac{1}{2} g\cdot x^2 = h\cdot v_0^2$$

$$\Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{g\cdot x^2}{2h}}$$

Nachdem der Springer mit konstanter Geschwindigkeit anläuft, gilt $v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}$

Somit gilt für die Anlaufstrecke $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{v_0^2}{a^2}$

$$s = \frac{v_0^2}{2a}$$

b) $v_0 = \sqrt{\frac{g\cdot x^2}{2h}} = \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot(5m)^2}{20m}} = 3{,}50\,\frac{m}{s}$

Aufgabe 2

a) Bei einer erhöhten Kurve wird das Kraftfahrzeug durch die Kraft F_N senkrecht auf die Fahrbahn gedrückt. Die Kraft F_N wird dabei mit der horizontalen Kraft F_R, die zum Mittelpunkt der Kurve zeigenden Kraft (Zentripetalkraft) zur Gewichtskraft F_G addiert. Im Fall der idealen Geschwindigkeit v ist damit keine äußere Kraft nötig (wie etwa die Reibungskraft auf dem Straßenbelag), um das Fahrzeug in der Spur zu halten. In einer nicht überhöhten Kurve kann ein tangentiales Abtriften des Fahrzeug nur durch eine äußere Reibungskraft verhindert werden, die von dem Straßenbelag durch die Reibungszahl μ abhängt. (Kräftediagramm siehe Aufgabe 2, Seite 1)

b) Neigungswinkel der Fahrbahn:

$$\mu m g = \frac{m}{r} v^2 \Rightarrow r = \frac{v^2}{\mu g}$$

(μ-Fahrzeug = 0,80)
(Zusatzangabe aus Formelblatt)

$$r = \frac{(54 : 3{,}6\ \frac{m}{s})^2}{0{,}80 \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}}$$

$$r = 28{,}7\ m$$

$$\tan\varphi = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{(63 : 3{,}6\ \frac{m}{s})^2}{28{,}7m \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}} \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 47{,}4°}}$$

Aufgabe 3 - Fadenpendel

Aufgrund der Halbierung der Fadenlänge in der Ruhelage ist die Rückstellkraft nicht mehr direkt proportional zur Auslenkung x des Fadenpendels.

Term für die Periodendauer des Pendels:

$$T = T_1 + T_2$$

Während T_1 und T_2 führt das Pendel eine harmonische Schwingung durch, d.h.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} + 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$T = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{l_1}}{\sqrt{g}} + 2\pi \cdot \frac{\sqrt{l_2}}{\sqrt{g}}$$

$$T = 2\pi \cdot \frac{1}{\sqrt{g}} \cdot (\sqrt{l_1} + \sqrt{l_2})$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot (\sqrt{l_1} + \sqrt{l_2})$$