Aufgaben zur Wiederholung

1. Durch die Punkte $A(1|2|0)$, $B(0|6-1)$ und $C(-2|4|1)$ wird eine Ebene E festgelegt.
   a) Bestimme eine Gleichung für die Gerade g, die durch die Punkte A und B verläuft und berechne den Abstand des Punktes C von dieser Geraden.
   b) Ermittle durch Rechnung die Innenwinkel und die Seitenlängen von ΔABC und bestimme dessen Flächeninhalt.
   c) Ermittle die Hesse– Normal– Form der Ebenen E.
   d) Berechne den Abstand des Punktes $D(1|3|7)$ von der Ebene E.
   e) Verbindet man den Punkt D mit den Punkten A, B und C, dann entsteht eine dreiseitige Pyramide. Berechne deren Volumen.
   f) Ermittle durch Rechnung den Neigungswinkel der Kante AD gegenüber der Ebene E.
   g) Bestimme durch Berechnung den Neigungswinkel der Ebene F, welche die Punkte A, B und D enthält gegenüber der Ebene E.
2. Ein Spiegel wird durch die Ebene

$$E:\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 1 = 0$$

   beschrieben. Vom Punkt $P(-5|1|-3)$ wird von einer punktförmigen Lichtquelle ein Lichtstrahl ausgesandt, dessen reflektierter Lichtstrahl durch einen Lichtsensor im Punkt $Q(-2|2|-1)$ regsitriert wird.
   a) Stelle die Ebene des Spiegels in der Hesse– Normal– Form dar.
   b) Bestimme die Gleichung für eine Gerade, die durch P verläuft und auf der Ebene E senkrecht steht.
   c) Ermittle den Schnittpunkt der Lotgerade aus der vorhergehenden Aufgabe mit der Ebene E.
   d) Berechne die Koordinaten des Spiegelpunkts von P, der mit P' bezeichnet wird.
   e) Stelle die Gleichgung der Gerade auf, die durch P' und Q verläuft und ermittle die Koordinaten des Schnittpunkts dieser Geraden mit der Ebene des Spiegels.
   f) Der Einfallswinkel wird gemessen zwischen dem Einfallslot auf den Spiegel und dem einfallenden Lichtstrahl. Ermittle durch Rechnung die Größe des Einfallwinkels.
3. Es sind die Punkte $A(-3|-3|0)$, $B(3|-3|0)$, $C(3|3|0)$ und $D(-3|3|0)$ gegeben.
   a) Zeige, dass die Punkte A, B, C und D ein Quadrat ergeben.

b) Bestimme die Koordinatenform der Ebene E, in der die Punkte A, B, C und D liegen und erkläre, welche besondere Lage diese Ebene im dreidimensionalen Raum besitzt.

c) Verbindet man die bisher genannten Punkte mit dem Punkt $S(0|0|9)$, dann ergibt sich eine Pyramide. Bestimme durch Rechnung das Volumen dieser Pyramide.

d) Die Pyramide wird durch die Ebene

$$x_2 + 4x_3 - 10 = 0$$

geschnitten. Ermittle die Koordinaten der Schnittpunkte dieser Ebene mit den Kanten der Pyramide.

e) Zeige, dass die Schnittpunkte der Pyramidenkanten mit der Ebene aus der vorausgegangenen Teilaufgabe ein Trapez bilden.

4. Durch die Punkte $P(6|5|4)$ und $Q(7|7|6)$ wird eine Gerade g definiert, die Punkte $S(1|0|1)$ und $T(4|-1|1)$ legen hingegen die Gerade h fest.

a) Stelle für die Gerade g und h jeweils eine Geradengleichung auf.

b) Zeige, dass die beiden Geraden g und h zueinander windschief sind.

c) Ermittle durch Rechnung den Abstand der Geraden g und h.

d) Die beiden Punkte P und T legen eine dritte Gerade s fest. Bestimme eine Gleichung der Geraden und die Schnittwinkel zwischen den Geraden s und h bzw. s und g.