

Aufgaben zum Grundwissen Mathematik 10

Aufgaben zur Exponentialfunktion

1. In den 50er Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts wurde das Wasserkraftwerk Partnach geplant. Dabei war im Reintal ein Stausee geplant, der eine Breite von 100 m und eine Länge von 100 m besitzen. Die durchschnittliche Tiefe des Sees sollte 10 m betragen. Das Wasservolumen lässt sich näherungsweise durch einen Quader gut bestimmen. Für den Abfluss durch die Fallrohre in das Turbinenhaus gab es zwei Vorschläge:
 - Pro Stunde werden 500 l mehr entnommen als einlaufen.
 - Pro Stunde wird der Wasserspiegel um 5 Promille gesenkt.
 - a) Beschreibe beide verschiedene Modelle mit einer geeigneten Funktionsgleichung.
 - b) Stelle beide Wasserablassvorgänge graphisch dar und vergleiche beide Modelle mit Hilfe der Graphen.
 - c) Bestimme wie lange es bei beiden Modellvorschlägen dauert, bis der See noch 70% seines ursprünglichen Inhalts besitzt.
2. Mit einem Wetterballon wird eine Messsonde in die Atmosphäre geschickt, die den Luftdruck mit zunehmender Höhe erforscht. An einem Messtag herrscht am Boden ein Luftdruck von 1025 mbar. Die Ergebnisse der Messsonde zeigen, dass sich in 5,00 km der Luftdruck halbiert. Der Luftdruck sinkt mit der Höhe kontinuierlich.
 - a) Berechne den Luftdruck in 1,0 km, 2,00 km und 3,00 km.
 - b) Stelle für die Entwicklung des Luftdrucks in zunehmender Höhe eine Funktionsgleichung auf.
 - c) Bestimme durch Rechnung in welcher Höhe der Luftdruck noch 25% des Ausgangswerts beträgt.
3. Herr Redlich nimmt bei seiner Hausbank einen Kredit von 25000 Euro zur Finanzierung seines neuen Hauses auf. Er vereinbart mit seiner Bank zur Rückzahlung eine monatliche Rate von 800 Euro und die Bank erhebt einen jährlichen Zinssatz von 12%.
 - a) Die Tilgung ist der Betrag, der abzüglich der Zinszahlung pro Jahr an die Bank zurückfließt. Berechne die Tilgung im ersten und zweiten Jahr.
 - b) Ermittle eine Gleichung, die die Tilgung des Kreditvertrags beschreibt.
 - c) Bestimme rechnerisch die erforderliche Laufzeit, bis der Kredit zurückgezahlt ist.

Aufgaben zur Exponential- und Logarithmusgleichung

1. Löse die nachstehenden Logarithmusgleichungen:

a)

$$\log_2(x - 4) - \log_2(x - 1) = \log_2 x$$

b)

$$\log_3(x + 5) + \log_3(x - 2) = \log_3 2$$

c)

$$\log_4(x + 5) - \log_2(x - 1) = \log_2 4$$

d)

$$\log_5(x - 3) + \log_5(x - 1) = \log_{25} x$$

2. Löse die nachstehenden Exponentialgleichungen durch Substitution:

a)

$$9^x + 2 \cdot 3^x = 3$$

b)

$$4^x - 4 \cdot 2^x - 5 = 0$$

c)

$$16^x + 6 \cdot 4^x - 7 = 0$$

d)

$$\left(\frac{4}{9}\right)^x - 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 6 = 0$$

3. Löse die folgenden Exponentialgleichung mit einem geeigneten Exponentnvergleich.

a)

$$3 \cdot 2^{x+4} - 8 \cdot 3^{x+2} = 0$$

b)

$$4 \cdot 5^{x+2} - 5 \cdot 2^{x+3} = 0$$

Aufgaben zu mehrstufigen Zufallsexperimenten

1. Auf einem Firmenparkplatz stehen insgesamt 250 Personenkraftwagen. Davon sind 85 Wagen Kleinwägen. Von 100 roten Fahrzeugen sind 75% Kleinwagen.
 - a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Fahrzeug eines Firmenangehörigen rot und kein Kleinwagen ist.
 - b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Kleinwagen eines Firmenangehörigen nicht rot ist.
 - c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Auto eines Firmenangehörigen eine andere Farbe als rot besitzt.
2. Der TÜV erhebt eine interne Untersuchung von Personenkraftwagen, die älter als 9 Jahre sind. Aus dieser Statistik geht hervor, dass bei 1000 untersuchten Autos folgende Mängel auszusetzen waren:
 - 5% der untersuchten Kraftwagen haben abgefahrene Reifen, deren Profil unter 1,6 mm ist.
 - 80% der Fahrzeuge mit diesem Mangel waren laut Fahrzeugschein älter als 12 Jahre.
 - Bei der Anfertigung der Statistik betrug der Anteil der untersuchten Fahrzeuge, die älter als 12 Jahre sind 65%.
 - a) Stelle diese Statistik in einer Vierfeldertafel dar.
 - b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Fahrzeug jünger als 12 Jahre ist und trotzdem eine schlechte Bereifung mit einem Profilwert unter 1,6 mm besitzt.
 - c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass ein Auto mit 12 oder mehr Betriebsjahren eine gute Bereifung besitzt.
3. Ein Tetraeder wird nacheinander zweimal geworfen. Die beiden Würfe selbst sind voneinander unabhängig. Nach den beiden Wurfen wird die Augensumme notiert.
 - a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Augensumme eine gerade Zahl ist, wenn bekannt ist, dass beim ersten Wurf eine gerade Zahl geworfen wurde.
 - b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Augensumme ungerade ist, wenn man weiß, dass der erste Wurf eine ungerade Zahl ist.
 - c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Augensumme eine ungerade Zahl und der erste Wurf eine gerade Zahl?