
Grundwissen Mathematik
6. Jahrgangsstufe
Flächen und Prozentrechnung

StR Markus Baur
Werdenfels-Gymnasium
Garmisch-Partenkirchen

11. April 2015



Inhaltsverzeichnis

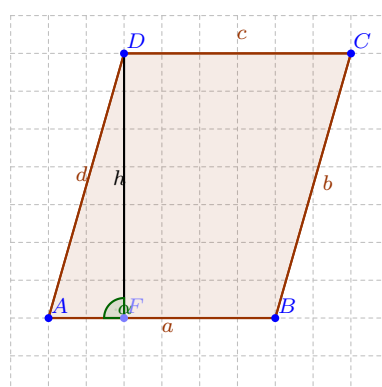
| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Der Flächeninhalt von Figuren | 3 |
| 1.1 | Das Parallelogramm | 3 |
| 1.2 | Das Dreieck | 5 |
| 1.3 | Das Trapez | 6 |
| 2 | Die Prozentrechnung | 9 |
| 2.1 | Der Prozentbegriff | 9 |
| 3 | Aufgaben zum Grundwissen | 12 |
| 3.1 | Aufgaben zur Flächenberechnung | 12 |
| 3.2 | Aufgaben zur Prozentrechnung | 14 |
| 4 | Hinweis zum Arbeiten und Ausdrucken | 15 |



1 Der Flächeninhalt von Figuren

1.1 Das Parallelogramm

Unter einem Parallelogramm versteht man ein Viereck, bei welchem die gegenüberliegenden Seiten alle parallel zueinander liegen und die gleiche Länge besitzen. Das folgende Bild zeigt ein Parallelogramm in der Standardnummerierung.



Der Flächeninhalt eines Parallelogramms wird durch die folgende Formel berechnet:

$$A_{\text{Parallelogramm}} = g \cdot h$$

Dabei bedeutet g die Grundlinie und h die Höhe. Die Grundlinie wird dadurch festgelegt, dass die Höhe h auf dieser Seite senkrecht steht. In unserem Fall würde die Formel dann lauten:

$$A_{\text{Parallelogramm}} = a \cdot h$$

Beispiele zur Anwendung

1. Bei einem Parallelogramm ist die Höhe $h_a = 4$ cm lang und die Seite $a = 6,5$ cm lang. Berechne die Fläche.

Lösung:

- Schreibe die Formel an: $A_{\text{Parallelogramm}} = g \cdot h$ In unserem Fall ist $g = a$, da das tiefgestellte a bei h_a anzeigt, dass h auf a senkrecht steht:

$$A_{\text{Parallelogramm}} = a \cdot h_a$$

Grundwissen

Mathematik

6. Jahrgangsstufe



- Daten einsetzen:

$$A_{\text{Parallelogramm}} = 6,5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$$

- Rechte Seite berechnen (evtl. mit einer getrennten Nebenrechnung)

$$A_{\text{Parallelogramm}} = 26 \text{ cm}^2$$

2. Von einem Parallelogramm ist bekannt, dass sein Flächeninhalt $26,4 \text{ cm}^2$ beträgt und seine Höhe $4,0 \text{ cm}$. Berechne aus diesen Angaben die Länge der Grundlinie dieses Paralelogramms.

Lösung:

- Anschreiben der Flächenformel:

$$A_{\text{Parallelogramm}} = g \cdot h$$

- Einsetzen der Daten

$$26,4 \text{ cm}^2 = g \cdot 4,0 \text{ cm}$$

- Formulierung und Lösung der Umkehraufgabe:

$$g = 26,4 \text{ cm}^2 \div 4,0 \text{ cm}$$

$$g = 6,6 \text{ cm}$$

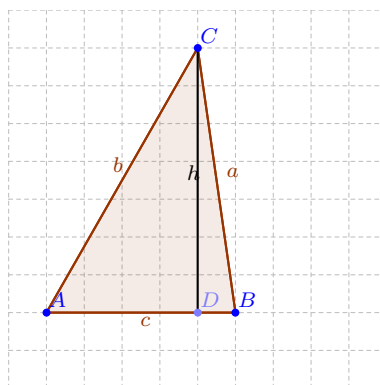
Bei der Formulierung der Umkehraufgabe ist immer der Dividend die Größe vor dem Gleichheitszeichen und der Divisor die Größe, die als Faktor mit der gesuchten Größe verbunden ist:

$$\text{Quotient} = \text{Dividend} \div \text{Divisor}$$



1.2 Das Dreieck

Die folgende Abbildung zeigt ein Dreieck in der Standardnummerierung:



Da man jedes Dreieck zu einem Parallelogramm mit dem doppelten Flächeninhalt ergänzen kann, gilt für den Flächeninhalt des Dreiecks die folgende Formel:

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

In dieser Formel steht g für die Grundlinie und h für die Höhe des Dreiecks. In der Darstellung des oben abgebildeten Dreiecks ist die Grundlinie c . In diesem Fall würde die Formel lauten:

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

Beispiele zur Anwendung

1. Bei einem Dreieck ist die Grundlinie 8,5 cm und die Höhe 4 cm lang. Berechne den Flächeninhalt:

Lösung:

- Formel anschreiben:

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

- Einsetzen der Daten und ausrechnen:

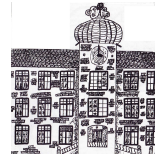
$$A = \frac{1}{2} \cdot 8,5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$$

$$A = 17 \text{ cm}^2$$

Grundwissen

Mathematik

6. Jahrgangsstufe



2. Von einem Dreieck ist die Fläche $13,5 \text{ cm}^2$ und die Höhe 3 cm . Berechne die Länge der Grundlinie des Dreiecks.

Lösung:

- Anschreiben der Formel:

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

- Einsetzen der Daten

$$13,5 \text{ cm}^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot 3 \text{ cm}$$

- Verdopple das Ergebnis der linken Seiten und lasse dafür den Faktor $\frac{1}{2}$ auf der rechten Seite weg:

$$27 \text{ cm}^2 = g \cdot 3 \text{ cm}$$

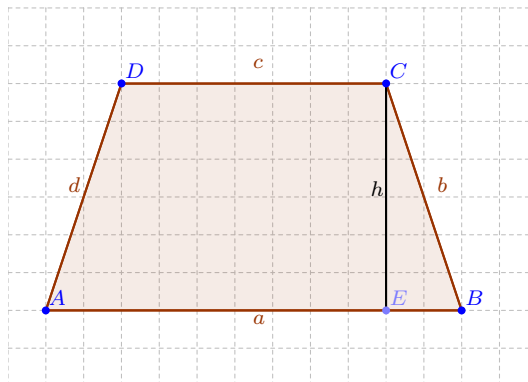
- Formulieren und berechnen der Umkehraufgabe:

$$g = 27 \text{ cm}^2 \div 3 \text{ cm}$$

$$g = 9 \text{ cm}$$

1.3 Das Trapez

Die folgende Abbildung zeigt ein Trapez in der Standardnormierung:



Ein Trapez ist ein Viereck mit zwei zueinander parallelen Seiten und zwei nicht parallelen Seiten. Den Flächeninhalt eines Trapezes in Standardnummerierung wird durch die folgende Formel berechnet:

Grundwissen

Mathematik

6. Jahrgangsstufe



$$A_{\text{Trapez}} = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

Beispiel zur Anwendung

1. Von einem Trapez kennt man den Flächeninhalt von 24 cm^2 , die parallelen Seiten sind 8 cm und 4 cm lang. Berechne die Höhe des Trapezes:

Lösung

- Formel anschreiben:

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

- Daten einsetzen:

$$24 \text{ cm}^2 = \frac{8 \text{ cm} + 4 \text{ cm}}{2} \cdot h$$

$$24 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm} \cdot h$$

- Formulierung und Berechnung der Umkehraufgabe

$$h = 24 \text{ cm}^2 \div 6 \text{ cm}$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

2. Von einem Trapez ist bekannt, dass sein Flächeninhalt 24 cm^2 beträgt und seine Höhe 3 cm beträgt. Die eine parallele Seite misst 5 cm . Berechne die Länge der zweiten parallelen Seite.

Lösung

- Anschreiben der Formel:

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

- Einsetzen der Daten:

$$24 \text{ cm}^2 = \frac{5 \text{ cm} + c}{2} \cdot 3 \text{ cm}$$

- Verdopple die linke Seite und lasse auf der rechten Seite den Faktor $\frac{1}{2}$ weg.

$$48 \text{ cm}^2 = (5 \text{ cm} + c) \cdot 3 \text{ cm}$$

Grundwissen

Mathematik

6. Jahrgangsstufe



- Formuliere die erste Umkehraufgabe, um $5 \text{ cm} + c$ zu berechnen:

$$5 \text{ cm} + c = 48 \text{ cm}^2 \div 3 \text{ cm}^2$$

$$5 \text{ cm} + c = 16 \text{ cm}$$

- Formuliere eine zweite Umkehraufgabe, um c zu berechnen:

$$c = 16 \text{ cm} - 5 \text{ cm}$$

$$c = 11 \text{ cm}$$



2 Die Prozentrechnung

2.1 Der Prozentbegriff

Grundsätzlich handelt es sich bei Prozenten nur um eine neue Darstellungsart von Brüchen mit dem Nenner Hundert. Dabei gilt folgender Zusammenhang:

$$1\% = \frac{1}{100}$$

Da man Brüche mit einer Zehnerpotenz als Nenner auch als Dezimalzahl schreiben kann, kann man auch den nachstehenden Zusammenhang herstellen:

$$1\% = 0,01$$

Bei der Umwandlung von Prozenten in eine Dezimalzahl gilt aus diesem Grund folgende Umschreibungsregel:

$$n\% = n \cdot 0,01$$

Beispiele zur Anwendung :

1. Wandle 26,4% in eine Dezimalzahl um.

Lösung:

- Anwendung der Umschreibungsregel:

$$26,4\% = 26,4 \cdot 0,01$$

- Ausrechnen der rechten Seite:

$$26,4\% = 0,264$$

2. Wandle die Dezimalzahl 0,034 in eine Prozentdarstellung um.

Lösung:

In diesem Fall muss man nun die Dezimalzahl durch 0,01 dividieren, was bedeutet, dass man das Komma um zwei Stellen nach rechts verschiebt:

$$0,034 = (0,034 \div 0,01)\% = 3,4\%$$

Grundwissen

Mathematik

6. Jahrgangsstufe



3. Berechne wieviel 5% von 320 kg sind.

Lösung:

- Anschreiben der Rechnung:

$$320 \text{ kg} \cdot 5\%$$

- Umschreiben der Prozente:

$$= 320 \text{ kg} \cdot 5 \cdot 0,01$$

$$= 320 \text{ kg} \cdot 0,05$$

$$= 16 \text{ kg}$$

Grundgleichung der Prozentrechnung

Bei der Prozentrechnung sind die folgenden drei Begriffe entscheidend:

- Der Grundwert g ist der ursprünglich vorhandene Gesamtwert einer Größe.
- Der Prozentsatz p gibt den Anteil vom Grundwert in Prozent an.
- Der Prozentwert w gibt den Anteil des Prozentsatzes als Größe an und besitzt die gleiche Einheit wie der Grundwert.

Die drei Begriffe werden über die folgende Formel verknüpft, die man als Grundgleichung der Prozentrechnung bezeichnet:

$$w = g \cdot p$$

Beispiele zur Anwendung

1. Ein Mantel kostet 320 Euro. Im Zuge einer Sonderaktion wurde der Mantel um 20% reduziert. Berechne wieviel Euro ein Käufer sich damit spart.

Lösung

- Gesucht ist der Prozentwert w
- Anschreiben der Prozentformel: $w = p \cdot g$

Grundwissen

Mathematik

6. Jahrgangsstufe



- Einsetzen der Daten: $w = 20\% \cdot 320 \text{ Euro}$
- Umschreiben und Berechnung: $w = 0,20 \cdot 320 \text{ Euro}$
- Anschreiben des Ergebnisses: $w = 64 \text{ Euro}$

2. 200 g Milch enthalten 10 g Milchlzucker. Berechne, wieviel Prozent Milchlzucker die Milch enthält.

Lösung:

- Gesucht ist hier der Prozentsatz:
- Anschreiben der Prozentformel und einsetzen der Daten:

$$w = p \cdot g$$

$$10 \text{ g} = 200 \text{ g} \cdot p$$

- Formulieren und berechnen der Umkehraufgabe:

$$p = 10 \text{ g} \div 200 \text{ g}$$

$$p = 0,05 = 5\%$$

3. Ein Radiogerät wurde um 25% reduziert und kostet nun 23,50 Euro weniger. Wie hoch war der ursprüngliche Preis für das Radiogerät.

- Anschreiben der Prozentformel und einsetzen der Daten:

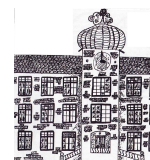
$$w = p \cdot g$$

$$23,50 \text{ Euro} = g \cdot 25\%$$

$$23,50 \text{ Euro} = g \cdot 0,25$$

- Formulierung und Berechnung der Umkehraufgabe:

$$g = 23,50 \text{ Euro} \div 0,25 = 94 \text{ Euro}$$



3 Aufgaben zum Grundwissen

3.1 Aufgaben zur Flächenberechnung

1. In einem Dreieck misst $a = 8,5$ cm und $h_a = 3,6$ cm.
 - a) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks
 - b) Die Höhe auf die Seite b misst 4 cm. Berechne die Länge der Seite b .
 - c) Die Seite c misst 9 cm. Berechne die Länge von h_c und ermittle den Umfang des Dreiecks.

2. Von einem Parallelogramm ist bekannt, dass sein Flächeninhalt $42,3$ cm². Die Höhe dieses Parallelogramms ist 4,7 cm lang.
 - a) Berechne die Länge der Grundlinie.
 - b) Ein Dreieck soll den gleichen Flächeninhalt und die gleiche Höhe besitzen wie das Parallelogramm. Erläutere, wie lange die Grundlinie dieses Dreiecks sein muss.
 - c) Zeichne ein Dreieck, das den oben genannten Anforderungen genügt und begründe, ob es mehrere solcher Dreiecke geben kann.

3. Der Flächeninhalt eines Trapezes beträgt $15,84$ dm². Eine der beiden parallelen Seiten dieses Trapezes beträgt 5,8 dm und die Höhe des Trapezes misst 3,3 dm.
 - a) Berechne die Länge der zweiten parallelen Seite des Trapezes.
 - b) Ein Parallelogramm hat den gleichen Flächeninhalt wie das Trapez und eine Grundlinie von 9,6 dm. Berechne die Höhe des Parallelogramms.

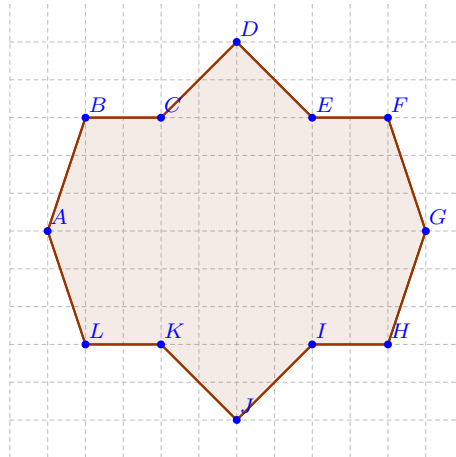
Grundwissen

Mathematik

6. Jahrgangsstufe



4. Gegeben ist die folgende Figur. In der untenstehenden Darstellung ist eine Kästchenlänge 2 cm:



- a) Unterteile die Figur möglichst geschickt in elementare Figuren, deren Flächeninhalte berechenbar sind.
- b) Berechne den Flächeninhalt der Figur. Entnimm die dazu notwendigen Daten aus der Zeichnung unter Berücksichtigung der wirklichen Länge einer Kästchenlänge.
5. Von einem Dreieck weiß man, dass der Flächeninhalt $14,4 \text{ dm}^2$ und die Grundlinie $9,0 \text{ dm}$ beträgt.
- a) Berechne die Länge der Höhe des Dreiecks.
- b) Erkläre unter der Verwendung einer Zeichnung mit verschiedenen Farben, wie man daraus ein Dreieck entwickeln kann, das den doppelten Flächeninhalt und die gleiche Höhe wie das ursprüngliche Dreieck besitzt.
6. In einem Trapez haben die beiden parallelen Seiten die Längen $4,8 \text{ cm}$ und $3,6 \text{ cm}$. Es besitzt einen Flächeninhalt von $57,75 \text{ cm}^2$. Berechne die Länge der Höhe des Trapezes.



3.2 Aufgaben zur Prozentrechnung

1. Ein Abendkleid kostet in einem Modegeschäft 440 Euro. Im Zuge einer Rabattaktion wird der Preis um 25% gesenkt.
 - a) Berechne, um wieviel Euro das Abendkleid nun billiger ist.
 - b) Berechne, wieviel das Kleid nach der Preissenkung nun kostet.

2. Eine Stereoanlage kostet regulär 85,60 Euro. Für einen Stammkunden reduziert sich der Preis um 12,84.
 - a) Berechne wieviel Prozent Nachlass der Händler seinem Stammkunden gewährt und wieviel dieser dann für die Stereoanlage bezahlen muss.
 - b) Zudem Preis muss der Stammkunde aber noch zusätzlich 19% Umsatzsteuer bezahlen. Berechne wieviel Euro er noch zusätzlich an Umsatzsteuer bezahlen muss und wieviel ihm nun insgesamt das neue Radiogerät kostet.

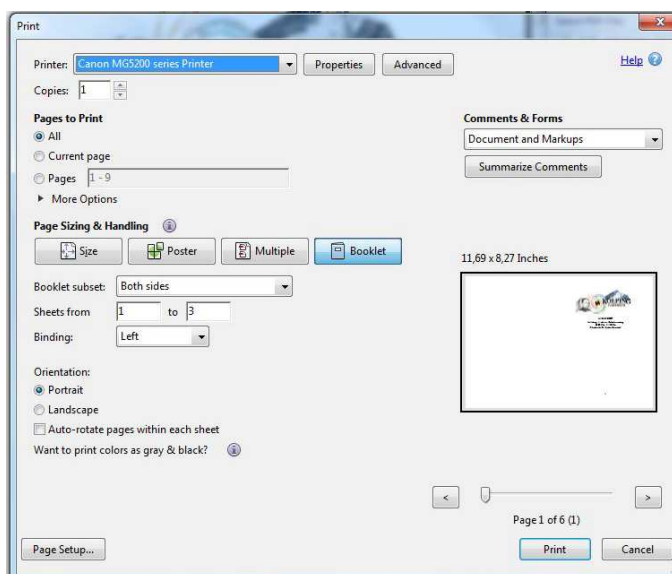
3. In 0,75 kg Vollmilch sind 26,25 g Fett enthalten.
 - a) Bestimme den Fettanteil der Vollmilch in %.
 - b) Berechne, wieviel Vollmilch ein Junge trinken muss, um 87,5 g Fett aufzunehmen.

4. In einem Joghurt sind 18,75 g Eiweiß enthalten. Der Eiweißanteil entspricht 12,5%.
 - a) Berechne, welche Masse der Joghurt insgesamt besitzt.
 - b) In dem Joghurt sind 1,75% Erdbeeraromastoffe zugesetzt worden. Berechne wieviel mg dies bei dem betrachteten Joghurt ausmacht.



4 Hinweis zum Arbeiten und Ausdrucken

Man kann dieses Grundwissensheft mit dem Adobereader als Broschüre ausdrucken. Wie das geht zeigt der folgende Bildschirmabdruck:



Man wählt unter Page Sizing and Handling die Option Booklet aus und bestätigt dann durch Print. Daraufhin wird eine DIN A5-Broschüre gedruckt, die man dann einfach in der Mitte mit zwei Klammern heften kann. Zur Arbeit mit dem Grundwissen wird empfohlen, alle Beispiele selbst durchzurechnen und die Lösungen dabei abzudecken. Im Anschluss werden dann die eigenen Lösungen mit dem angegebenen Lösungsvorschlägen verglichen.