Aufgaben zum Photoeffekt

1. Die Türe einer U-Bahn wird durch eine Lichtschranke gesichert. Die Lichtschranke besteht aus einer Lichtquelle, die Licht der Wellenlänge $\lambda = 549\,\mathrm{nm}$ emittiert und als Lichtbündel auf eine an der gegenüberliegenden Türseite auf eine Photozelle, bei der die Auslösearbeit 1,35 eV beträgt. Trifft das Licht auf die Photozelle, dann bewirkt der Stromfluss, der über einen Transistor verstärkt zum Schließen der Türe führt

   a) Erkläre, warum die Lichtschranke ein zuverlässiger Schutz gegen das Einklemmen von Personen in der U-Bahn-Türe ist.

   b) Der Photostrom dient als Basisstromstromkreis des Transistors. Bestimme durch Berechnung, welche Spannung an diesem Stromkreis anliegt.

Lösung:

a) Durch das Licht werden Photonen emittiert, welche aus dem Kathodenmaterial Elektronen auslösen. Durch die ausgelösten Elektronen kommt ein Stromfluss zustande, der dann den Schließmechanismus der Tür auslöst. Somit kann die Türe nur geschlossen werden, wenn Licht in die Photozelle einfällt, d.h. sich keine Person in der Tür aufhält. Da dieser Effekt ohne Zeitverzögerung statt findet, kann die Tür bei Lichteinfall sofort geschlossen werden.

b) Lösung über die Einsteingleichung:

$$eU = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_\mathrm{A}$$

$$U = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_\mathrm{A}}{e}$$

$$U = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{549 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}} - 1{,}35 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 0{,}911\,\mathrm{V}$$

2. Eine Glühbirne emittiert Licht mit einer Wellenlänge von 540 nm in alle Richtungen. In einem Abstand von 1,00 m befindet sich eine quadratische Fotozelle mit einer Kantenlänge von 5,00 cm. Die Auslösearbeit aus dem Kathodenmaterial der Fotozelle beträgt 1,30 eV. Dabei werden von der Glübirne 96% ihrer Leistung von 60,0 W in Wärmestrahlung umgesetzt. Die Bestrahlungszeit beträgt 1,50 s.

   a) Berechne die Anzahl der Photonen, die Photozelle bestrahlen und die Spannung, die an der Photozelle während der Bestrahlung anliegt.

   b) Die Fotozelle ist entgegengesetzt zu einer Stromquelle mit 20,0 W und einer Nutzspannung von 12,0 V in Reihe geschalten. In dem Stromkreis befindet sich eine 20,0 W Glühbirne. Überprüfe durch Rechnung, ob die Lampe des

Stromkreises erlischt, sobald die Fotozelle mit dem Licht der 60 W−Glühbirne 1,50 s bestrahlt wird.

c) Nenne ein Beispiel, wo sich die in der letzten Teilaufgabe genannte Schaltung in der Sicherheitstechnik einsetzten lässt.

Lösung

a) Anzahl der einfallenden Photonen

$$P_{\text{Photozelle}} = \frac{0{,}04 \cdot P_0 \cdot k^2}{4\pi \cdot r^2}$$

$$E_{\text{Photozelle}} = \frac{0{,}04 \cdot P_0 \cdot k^2}{4\pi \cdot r^2} \cdot \Delta t$$

$$E_{\text{Photozelle}} = \frac{0{,}04 \cdot 60{,}0\text{W} \cdot \left(5{,}00 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\right)^2 \cdot 1{,}50\,\text{s}}{4\pi \cdot (1{,}00\,\text{m})^2} = 7{,}16 \cdot 10^{-4}\,\text{J}$$

$$n = \frac{E_{\text{Photozelle}}}{E_{\text{Photon}}} = \frac{7{,}16 \cdot 10^{-4}\,\text{J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{540 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}}$$

$$n = 1{,}94 \cdot 10^{15}$$

$$U = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_{\text{A}}}{e}$$

$$U = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{540 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} - 1{,}30 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\text{C}}$$

$$U = 0{,}999\,\text{V}$$

b) Rechnerische Überprüfung, ob die Lampe im Stromkreis erlischt, sobald die Photozelle mit Licht bestrahlt wird:

$$U_{\text{Lampe}} = U_{\text{Stromquelle}} - U_{\text{Photostrom}} = 12{,}0\,\text{V} - 0{,}999\,\text{V} = 11{,}0\,\text{V}$$

$$I_{\text{Photostrom}} = \frac{n \cdot e}{\Delta t} = \frac{1{,}94 \cdot 10^{15} \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\text{C}}{1{,}50\,\text{s}} = 2{,}07\,\text{A}$$

$$I_{\text{Nutz}} = \frac{P_{\text{Stromquelle}}}{U_{\text{Stromquelle}}} - I_{\text{Photostrom}} = \frac{20{,}0\,\text{W}}{12{,}0\,\text{V}} - 2{,}07 \cdot 10^{-4}\,\text{A} = 1{,}67\,\text{A}$$

$$P_{\text{Nutz}} = 11\,\text{V} \cdot 1{,}67\,\text{A} = 18{,}4\,\text{W} < 20\,\text{W}$$

Die Lampe erlischt.

c) Diese Schaltung kann in einem Haus zum automatischen Beleuchtungsbeginn bei der Dämmerung eingesetzt werden, da die Lampe von dem Stromkreis betrieben wird, sobald die Photozelle nicht mehr beleuchtet wird.

3. Der lichtelektrische Effekt wurde 1887 bereits von dem deutschen Physiker Hallwachs in einem einfachen Versuch erstmals entdeckt. Hallwachs lud ein Elektroskop einmal positiv und einmal negativ auf. Anschließend beleuchtete er jeweils das geladene Elektroskop mit einer Quecksilberdampflampe. In einem zweiten Versuch erdete er das Elektroskop und maß mit einem Spannungsmesser die Spannung U zwischen Elektroskop und Erde.

   a) Erkläre mit deinem Wissen zum Fotoeffekt, was Hallwachs in dem ersten Versuch beobachtet haben muss.

   b) Um Elektronen auslösen zu können, muss an der Metallplatte des Elektroskop eine Arbeit von $2{,}50\,\mathrm{eV}$ geleistet werden. Die Metallplatte wird mit einer Lichtquelle bestrahlt, die Licht mit der Wellenlänge von $250\,\mathrm{nm}$ (UV-Licht) emittiert. Ermittle durch Rechnung den Wert U_m, der hier in dem Versuch gemessen wurde.

   c) Die gleiche Lichtquelle beleuchtet 1,20s die Kathode einer Fotozelle, deren Oberfläche $1{,}50\,\mathrm{cm}^2$ beträgt. Die Intensität des Lichts am Ort der Kathode hat den Wert $2{,}00\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$. Im Durchschnitt lösen $4{,}00 \cdot 10^7$ auf die Kathode einfallende Photonen ein Elektron aus der Kathode aus. Bestimme die Anzahl der ausgelösten Elektronen.

Lösung

a) Das einfallende Licht löst durch die Photonen aus der Zinkplatte Elektronen aus. Daher wird die Zinkplatte positiv geladen und neutralisiert damit das Elektroskop. Daher wird der Zeiger des Elektroskop sich in die Nullstellung bewegen. Bei positiver Ladung des Elektroskops ist keine Veränderung des Zeigers zu beobachten. Denn da die Photonen nur weitere Elektronen aus der Platte auslösen, bleibt die Platte positiv geladen.

b) Berechnung der anliegenden Spannung über die Einstein-Gleichung

$$eU = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_\mathrm{A}$$

$$U = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_\mathrm{A}}{e}$$

$$U = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{250 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}} - 2{,}50 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 2{,}47\,\mathrm{V}$$

c) Berechnung der ausgelösten Photonen:

$$E_\mathrm{Strahl} = 2{,}00\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \cdot 1{,}50 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \cdot 1{,}20\,\mathrm{s} = 3{,}60 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

$$n = \frac{E_\mathrm{Strahl}}{h\frac{c}{\lambda}} = \frac{3{,}60 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J} \cdot 250 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 4{,}53 \cdot 10^{14}$$

Anzahl der Elektronen

$$n_\mathrm{e} = \frac{4{,}53 \cdot 10^{14}}{4{,}00 \cdot 10^{7}} = 1{,}31 \cdot 10^{7}$$

Aufgaben zur de Broglie- Welle

1. In einer Kathodenstrahlröhre werden Elekronen mit der Spannung 1,50 kV beschleunigt. Nach dem Beschleunigungsvorgang passieren die Elektronen einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand 2,50 μm. Der floureszierende Leuchtschirm hat von dem Doppelspalt den Abstand 20,0 cm.

   a) Begründe, warum man bei diesem Experiement kein Negativ des Doppelspalts auf dem Leuchtschirm sehen kann und ordne die Bedeutung dieses Experiments in die Historik der Quantenmechanik ein.

   b) Bestimme durch geeignete Berechnung die Positionen der Maxima erster Ordnung auf dem Schirm.

c) Der Schirm hat eine quadratische Form mit der Kantenlänge 15,0 cm. Bestimme bis zu welcher Ordnung die Maxima auf dem Schirm sichtbar werden.

Diese Aufgabe wurde im Unterricht gelöst

2. Durch ein Brett, in dem sich zwei Spalten befinden, die einen Abstand von 5,00 cm von einander besitzen, werden Tischtennisbälle mit der Masse $m = 15{,}0\,\mathrm{g}$ geschossen. Vor dem Schuss durch den Doppelspalt wurden die Tischtennisbälle angefeuchtet und hinterlassen auf einem Papierschirm, der im Abstand von 1,00 m zum Spalt steht einen Abdruck. Die Bälle werden $1{,}50 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{s}$ mit $15{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ beschleunigt.

   a) Erkläre, welches Bild man auf dem Papierschirm erkennen kann und warum sich dieses Bild von dem Ergebnis des analogen Versuchs, der mit Elektronen der Masse $m_\mathrm{e} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ durchgeführt wird, unterscheidet.

   b) Bestimme die de-Broglie-Wellenlänge der Tischtennisbälle für und für die Elektronen die mit 2,00 keV beschleunigt wurden, und deute die beiden Ergebnisse.

   c) Führt man den Doppelspaltversuch mit den oben beschleunigten Elektronen durch, dann hat das Maxima erster Ordnung auf einem Schirm, der 25,0 cm Abstand zum Doppelspalt besitzt, einen Abstand von 1,50 cm zum Hauptmaximum. Ermittle durch geeignete Berechnung den Abstand der Spalten des Doppelspalts.

   d) Ermittle, ob die Heisenbergsche Unschärfe das Versuchsergebnis maßgeblich beeinflussen würde.

Lösung

a) Bei Tischtennisbällen handelt es sich um makroskopische Objekte, deren de-Broglie-Wellenlänge sehr klein ist. Daher sind die Beugungseffekte an dem Doppelspalt sehr gering was zur Konsequenz hat, dass es nicht zur Interferenz der Materiewellen kommt. Damit erscheint auf dem Schirm kein Interferenzbild, sondern es wird der Doppelspalt im Negativ auf dem Schirm abgebildet. Wird der analoge Versuch mit Elektronen durchgeführt, dann entstehen Materiewellen mit deiner Wellenlänge, die zur Interferenz der Materiewellen führt und man daher das bekannte Interferenzmuster auf dem Schirm erkennen kann.

b) Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{15{,}0\ \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 15{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}50 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{s}} = 1{,}96 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{m}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 2{,}00 \cdot 10^3\,\mathrm{V}}}$$

$$\lambda = 2{,}74 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$$

c) Bestimmung des Maximums erster Ordnung:

$$d = \frac{2{,}74 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}}{\sin\varphi}$$

$$\tan\varphi = \frac{x}{a} = \frac{1{,}50\,\mathrm{cm}}{25{,}0\,\mathrm{cm}} \Rightarrow \varphi = 3{,}43°$$

$$d = \frac{2{,}74 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}}{\sin 3{,}43°} = 4{,}58 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$$

d)

$$\Delta p = \frac{h}{\Delta x} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{4{,}58 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}} = 1{,}44 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{Ns}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{2{,}74 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}} = 2{,}42 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{Ns}$$

$$\sin\psi = \frac{\Delta p}{p} \Rightarrow \psi = 3{,}41°$$

Da $\psi < \varphi$ hat die Heisenbergsche Unschärfe keinen Einfluss auf das Versuchsergebnis.

3. Es soll eine vermeindliche Goldfolie auf Echthheit geprüft werden. Dazu wird ein Stück dieser Goldfolie in eine Kathodenstrahlröhre eingebracht und mit einem Elektronenstrahl beschossen. An dem floureszierenden Schirm kann man die Inter-

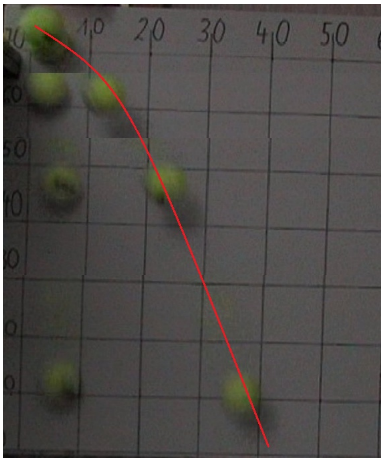
ferenzringe ablesen. Die Elektronen wurden vor dem Durchgang durch die Goldfolie mit einer Spannung von 1,25 kV beschleunigt. Der erste Ring besitzt einen Radius von 1,8 cm.

a) Bestimme die Geschwindigkeit und die de-Broglie-Wellenlänge der Elektronen, die auf die Goldfolie geschossen werden.

b) Die Golfolie wird als echt erachtet, wenn die Gitterkonstante kleiner als $5{,}00 \cdot 10^{-9}$ m ist. Ermittle, ob es sich bei der geprüften Folie um eine echte Goldfolie handelt.

Heisenbergsche Unschärferelation

1. In einem Gespräch zwischen Werner Heisenberg und Albert Einstein wird die Frage diskutiert, ob die Quantenmechanik den Bahnbegriff zulässt oder nicht. Dabei versteht man unter der Bahn in der Physik die Kurve, auf der sich ein Objekt bewegt. Ein Beispiel ist der waagrechte Wurf:



Die Bahngleichung lautet

$$f(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$$

und die Bahngeschwindigkeit ergibt sich aus der Gleichung

$$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$

.

a) Beschreibe mit den beiden Gleichungen den waagrechten Wurf des Tennisballs, der eine Masse von 200 g besitzt.

b) Zeige, dass man beim waagrechten Wurf den Bahnimpuls $p = mv$ und den Ort des Tennisballs gleichzeitig beliebig genau bestimmen kann.

c) Erläutere, was Einstein dem jungen Physiker Heisenberg in dem Gespräch zum Vorwurf macht.

d) Erläutere mit Hilfe der Heisenbergschen-Unschärfe- Relation, dass dieser Bahnbegriff für quantenmechanische System so nicht brauchbar ist.

e) Man betrachtet die Bahn eines Elektrons in einer Kathodenstrahlröhre. Dabei werden die Elektronen mit der Spannung 1,00 kV beschleunigt und treten nach der Lochanode durch einen Spalt der Breite 2,00 μm. Der Abstand der Lochblende zum Schirm betrage 15,0 cm Ermittle durch Berechnung die durch die Heisenbergsche Unschärfe-Relation bedingte Abweichung auf dem Schirm von der theoretischen Bahnkurve.

f) Leite aus der oben durchgeführten Rechnung her, in wie weit der Bahnbegriff in diesem Experiment anwendbar ist und bewerte dadurch den Inhalt des Gesprächs zwischen Heisenberg und Einstein.

Die Lösung dieser Aufgabe befindet sich komplett im Unterrichtsskript

2. Photonen der Wellenlänge $\lambda = 549\,\mathrm{nm}$ werden von einem Laser emittiert und durch einen Spalt der Breite 1,50 μm geschossen. Sie treffen auf einen Schirm auf, der von dem Spalt einen Abstand von 1,00 m besitzt.

   a) Berechne die Streubreite des Hauptmaximums, die sich aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation ergibt.

   b) Führe die analoge Rechnung für Elektronen in einer Kathodenstrahlröhre durch, die eine kinetische Energie von 8,75 eV besitzen, durch.

3. In einer Kathodenstrahlröhre werden Elektronen mit einer Spannung von 2,00 kV beschleunigt. Sie treffen auf einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand 3,00 μm. Im Abstand von 25,0 cm befindet sich ein flouresierender Schirm, auf dem die Elektronen auftreffen.

   a) Bestimme die de- Broglie- Wellenlänge der Elektronen.

   b) Zeige mit Hilfe der Unschärferelation von Werner Heisenberg, dass auf dem Schirm ein Interferenzbild zu sehen ist.

   c) Die Ortsunschärfe wird nun so eingeschränkt, dass sie maximal nur noch halb so groß ist wie der Spaltabstand ist. Prüfe unter Verwendung der Unschärferelation von Heisenberg nach, ob in diesem Fall noch ein Interferenzbild auf dem Schirm zu sehen ist.

   d) Interpertiere das Ergebnis der letzten beiden Teilaufgaben im Sinne der Quantenmechanik.

Lösungen

a) Berechnung der de- Broglie- Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2m \cdot eU}}$$

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 2{,}00 \cdot 10^{3}\,\mathrm{V}}}$$

$$\lambda = 2{,}74 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$$

b) Interferenzbild mit der Heisenbergschen Unschärferelation:

$$\Delta x \cdot \Delta p = h \;\Rightarrow \Delta p = \frac{h}{2\pi \Delta x}$$

Δx entspricht dem Abstand zwischen den beiden Spalten des Doppelspalts, damit also

$$\Delta p = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{2\pi \cdot 3{,}00 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}} = 3{,}51 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{Ns}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{2{,}74 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}} = 2{,}41 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{Ns}$$

Berechnung des Streuwinkels ψ aufgrund des Streuimpulses:

$$\sin\psi = \frac{\Delta p}{p} = \frac{3{,}51 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{Ns}}{2{,}41 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{Ns}} \Rightarrow \psi = 8{,}36 \cdot 10^{-5\,\circ}$$

Bestimmung des Öffnungswinkel des ersten Hauptmaximums:

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{d} = \frac{2{,}74 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}}{3{,}00 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}} \Rightarrow \varphi = 5{,}25 \cdot 10^{-4\,\circ}$$

Da $\phi > \psi$ kann das Interferenzbild gesehen werden.

c) Sobald das Interferenzbild auf dem Schirm erkennbar ist, ist es nicht möglich eine Aussage zu treffen, durch welchen Spalt das Photon gegangen ist, da die Ortsunschärf minimal den Abstand zwischen den beiden Spalten beträgt.