

Linearer Potentialtopf

©Markus Baur

December 19, 2010

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

Ein Wasserstoffatom kann man im Modell des linearen Potentialtopfs beschreiben. Dabei ist die Länge $a = 1,80 \cdot 10^{-9}$ m.

1. Bestimme die Wellenfunktion $\Psi(x)$ für das Elektron des Wasserstoffatoms.
2. Bei der Stoßionisation von Wasserstoff wird dem Elektron soviel Energie zugeführt, dass es in den 5. Zustand gehoben wird. Anschließend fällt es unter der Aussendung von Licht auf den zweiten Zustand zurück. Zeige allgemein, dass die Frequenz des ausgesandten Lichts bestimmt wird durch die Gleichung

$$f = \frac{h}{8m_e \cdot l^2} (n_2^2 - n_1^2)$$

und bestimme mit dieser Beziehung die Wellenlänge und die Farbe des emittierten Lichts.

3. Veranschauliche die Energiezustände bis $n = 2$ in einer sorgfältigen, nicht maßstäblichen Zeichnung bis $n = 3$
4. Ermittle die normierte Wahrscheinlichkeitsfunktion.

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Da es sich um einen Potentialtopf mit unendlich großen Energiebarrieren handelt, muss eine stehende Welle beschrieben werden. Diese hat die Funktionsgleichung:

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Da es sich um einen Potentialtopf mit unendlich großen Energiebarrieren handelt, muss eine stehende Welle beschrieben werden. Diese hat die Funktionsgleichung:



$$\Psi(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Da es sich um einen Potentialtopf mit unendlich großen Energiebarrieren handelt, muss eine stehende Welle beschrieben werden. Diese hat die Funktionsgleichung:

$$\Psi(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

- Wegen der Normierung ist

$$A = \sqrt{\frac{1}{l}}$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Da es sich um einen Potentialtopf mit unendlich großen Energiebarrieren handelt, muss eine stehende Welle beschrieben werden. Diese hat die Funktionsgleichung:

$$\Psi(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

- Wegen der Normierung ist

$$A = \sqrt{\frac{1}{l}}$$

- Für die Wellenlänge gilt: $\lambda = \frac{2 \cdot a}{n}$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Die Energiezustände in einem linearen Potentialtopf werden beschrieben durch

$$E_n = \frac{h^2}{8m_e a^2} \cdot n^2$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Die Energiezustände in einem linearen Potentialtopf werden beschrieben durch

$$E_n = \frac{h^2}{8m_e a^2} \cdot n^2$$

- Die emittierte Energie ist immer die Differenz zwischen zwei Zuständen, also:

$$\Delta E = \frac{h^2}{8m_e a^2} n_2^2 - \frac{h^2}{8m_e a^2} n_1^2 = \frac{h^2}{8m_e a^2} (n_2^2 - n_1^2)$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Die Energiezustände in einem linearen Potentialtopf werden beschrieben durch

$$E_n = \frac{h^2}{8m_e a^2} \cdot n^2$$

- Die emittierte Energie ist immer die Differenz zwischen zwei Zuständen, also:

$$\Delta E = \frac{h^2}{8m_e a^2} n_2^2 - \frac{h^2}{8m_e a^2} n_1^2 = \frac{h^2}{8m_e a^2} (n_2^2 - n_1^2)$$

- Die Energiedifferenz wird zur Aussendung von Photonen benutzt mit der Energie hf , damit ergibt sich der Ansatz:

$$hf = \frac{h^2}{8m_e a^2} (n_2^2 - n_1^2)$$

$$f = \frac{h}{8m_e a^2} (n_2^2 - n_1^2)$$

- Einsetzen der Daten liefert:

$$f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{8 \cdot 9,31 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1,80 \cdot 10^{-9} \text{ m})^2} (5^2 - 2^2)$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Einsetzen der Daten liefert:

$$f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{8 \cdot 9,31 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1,80 \cdot 10^{-9} \text{ m})^2} (5^2 - 2^2)$$

- dann das Ergebnis

$$f = 3,06 \cdot 10^{-14} \frac{1}{\text{s}}$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

- Einsetzen der Daten liefert:

$$f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{8 \cdot 9,31 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1,80 \cdot 10^{-9} \text{ m})^2} (5^2 - 2^2)$$

- dann das Ergebnis

$$f = 3,06 \cdot 10^{-14} \frac{1}{\text{s}}$$

- Bestimmung der Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = 509 \text{ nm} \Rightarrow \text{rot}$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

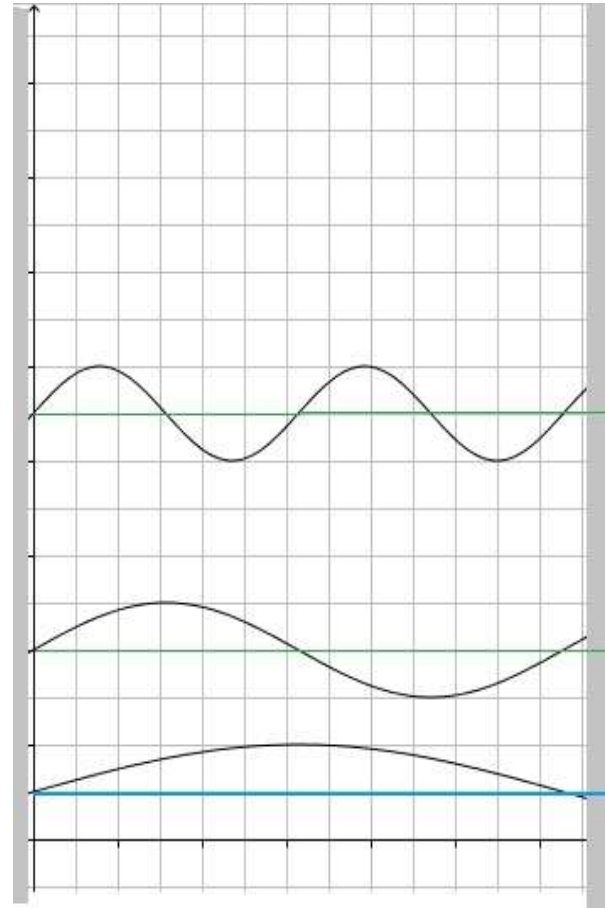
Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2

Die Energiezustände haben von einander die Abstände 1, 4 und 9:



Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2



$$W(x) = \Psi^2(x)$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2



$$W(x) = \Psi^2(x)$$



$$\Psi^2(x) = \frac{1}{a} \sin^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

Anwendung

Lösung 1

Lösung 2.1

Lösung 2.2

Lösung 3

Wahrscheinlichkeitsfunktion

Veranschaulichung 1

Veranschaulichung 2



$$W(x) = \Psi^2(x)$$



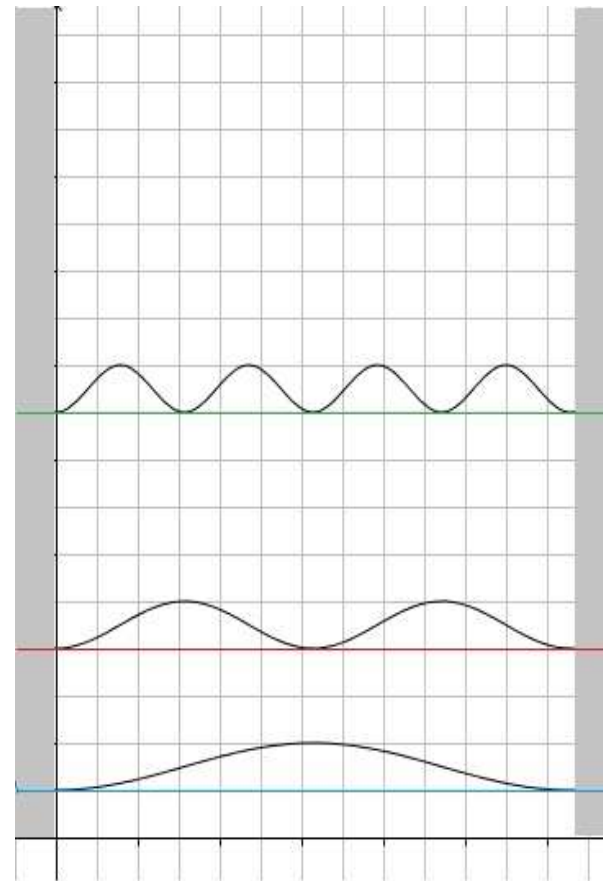
$$\Psi^2(x) = \frac{1}{a} \sin^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$



$$\lambda = \frac{2a}{n}$$

Veranschaulichung 1

- Anwendung
- Lösung 1
- Lösung 2.1
- Lösung 2.2
- Lösung 3
- Wahrscheinlichkeitsfunktion
- Veranschaulichung 1**
- Veranschaulichung 2



Veranschaulichung 2

- Anwendung
- Lösung 1
- Lösung 2.1
- Lösung 2.2
- Lösung 3
- Wahrscheinlichkeitsfunktion
- Veranschaulichung 1
- Veranschaulichung 2

