Lösungen zu den vernetzten Aufgaben

1. **Gedämpfte Schwingung**

   a) Bestimmung der Periodendauer:

   - Man misst mit dem Lineal auf der $t - Achse$ fr die Dauer der Periode 1,8 cm
   - Auf der $t - Achse$ entspricht der Masstab $k = \frac{20\,\mathrm{s}}{1{,}3\,\mathrm{cm}} = 16{,}7\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{cm}}$. Auf der $x - Achse$ ist der Massstab $m = 1{,}33\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
   - Damit ist die Periodendauer

   $$T = 16{,}7\,\mathrm{s}cm \cdot 1{,}8\,\mathrm{cm} = 30{,}1\,\mathrm{s}$$

   - Die Fadenl"ange kann nun aus der Periodendauer ermittelt werden:

   $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

   $$l = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot g = 225\,\mathrm{m}$$

   - Kathegorie: Standard- Aufgabe

   b) Ermittlung der Amplitudenentwicklung

   - Grundformel:

   $$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-t_1}{t_0}}$$

   - Messungen am Diagramm:
     - $A_0 = 4{,}00\,\mathrm{cm}$
     - Die Amplitude beim zweiten Maximum ist $A_3 = 1{,}00\,\mathrm{cm} \cdot 1{,}33 = 1{,}33\,\mathrm{cm}$
     - Der Zeitunterschied zwischen den beiden Maxima ist $\Delta t = T = 30{,}1\,\mathrm{s}$
   - Einsetzen der Messdaten in die urspr"ungliche Grundformel ergibt sich eine Berechnungsmöglichkeit für t_0:

   $$1{,}33\,\mathrm{cm} = 4{,}00\,\mathrm{cm}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30{,}1\,\mathrm{s}}{t_0}}$$

   $$\frac{1{,}33}{4{,}00} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30{,}1\,\mathrm{s}}{t_0}}$$

Man zieht auf beiden Seiten den Logarithmus und löst nach t_0 auf:

$$t_0 = \frac{30{,}1\,\mathrm{s} \cdot \lg(0{,}50)}{\lg\left(\frac{1{,}33}{4{,}00}\right) = 18{,}9\,\mathrm{s}}$$

$$A(t) = 4{,}0\mathrm{cm} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-8{,}35\,\mathrm{s}}{18{,}9\,\mathrm{s}}}$$

- Kathegorie: Anspruchsvoll

c) Bestimmung der Durchgangsgeschwindigkeit

- Lösung erfolgt über den Energiesatz:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} D \cdot A_0^2$$

mit $D = \sqrt{\frac{g}{l}}$

- Löse diese Gleichung nach v auf:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot A_0^2}{m}}$$

- Setze die entsprechenden Grössen ein:

$$v_1 = 0{,}365\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

- Wende den Energiesatz für den dritten Durchgang an:

$$\frac{m}{2} v_3^2 = \frac{1}{2} D \cdot A(30{,}1\,\mathrm{s})$$

mit $D = \sqrt{\frac{g}{l}}$ und $A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-8{,}35\,\mathrm{s}}{18{,}9\,\mathrm{s}}}$

- Löst man nun diese Gleichung nach v_3 auf:

$$v_3 = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{g}{l}} \left(A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_3-8{,}35\,\mathrm{s}}{18{,}9\,\mathrm{s}}}\right)^2}{m}}$$

- Setzt man die Daten ein, dann erhält man das nachstehende Ergebnis:

$$v_3 = 0{,}12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

- Man bildet nun den Geschwindigkeitsdifferenz und bildet das Verhältnis zu v_1:

$$\eta = \frac{v_1 - v_3}{v_1} = 67\%$$

- Kathegorie: sehr anspruchsvoll

2. **Gravitation und Relativitätslehre**

   a) Bestimmung der Bahngeschwindigkeit

$$m_1 \frac{v^2}{r} = \gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

   Auflösen des Terms nach v

$$v = \sqrt{\gamma \frac{m_2}{r}}$$

   Dabei ist $m_2 = \frac{m_1}{2{,}5 \cdot 10^{-15}}$

$$v = 980\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

   Kathegorie: Standardaufgabe mit Prozentrechnung

   b) Relativitätslehre

   - Bestimme die Geschwindigkeit im Raumschiff:

$$v = \frac{s}{t} = 23\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

   - Die Geschwindigkeit von der Erde aus betrachtet:

$$s = \frac{s_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$s = \frac{s_0}{\sqrt{1 - (0{,}20)^2}} = 357\,\mathrm{m}$$

$$t = \frac{t_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 15{,}5\,\mathrm{s}$$

$$v = \frac{s}{t} = 23{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

     Die beiden Geschwindiglkeiten sind gleich gross.

   - Kathegorie: Standardaufgabe