

**I. Die natürlichen Zahlen****1. Zählen und Ordnen**

**Beispiel:** Welches Verkehrsmittel wird zur Schule benützt?

Verkehrsmittel	Zählung	Ergebnis
Zug	IIII IIII II	12
Bus	IIII III	8
Fahrrad	IIII I	6
Fußgänger	III	3
Auto	II	2

Wir zählen mit den Zahlen eins, zwei, drei und schreiben dafür 1, 2, 3 ... . Diese Zahlen nennen wir **natürliche Zahlen**.

**Beispiel:** Welche Plätze erzielen die einzelnen Verkehrsmittel?

- |           |           |                                    |
|-----------|-----------|------------------------------------|
| 1. Platz: | Der Zug.  | Er wird von 12 Schülern benützt.   |
| 2. Platz  | Der Bus   | Er wird von 8 Schülern benützt     |
| 3. Platz  | Fahrrad   | Es wird von 6 Schülern benützt.    |
| 4. Platz  | Fußgänger | 3 Schüler gehen täglich zur Schule |
| 5. Platz  | Auto      | Es wird von 2 Schülern benützt.    |

Die natürlichen Zahlen verwenden wir auch zum Ordnen. Durch das Ordnen legen wir eine Reihenfolge fest. Wir sprechen vom ersten, zweiten, dritten und schreiben 1., 2., 3.,...

**Beispiel:** Festlegung der Platzierung der Verkehrsmittel.

Den ersten Platz hat das Verkehrsmittel erhalten, welches von den meisten Schülern benützt wurde.

Um dies herauszufinden, müssen wir die Zahlen vergleichen. Dazu verwenden wir für größer > und für kleiner <.

In unserem Beispiel gilt:

$$12 > 8 > 6 > 3 > 2$$

$$1. \quad 2. \quad 3. \quad 4. \quad 5.$$

**Arbeitsaufträge:**

Wie viele dreistellige Zahlen gibt es, in welchen die Ziffern 4, 7 und 9 vorkommen?  
Ordne die Zahlen der Größe nach, beginne dabei mit der kleinsten.

**Lösung**

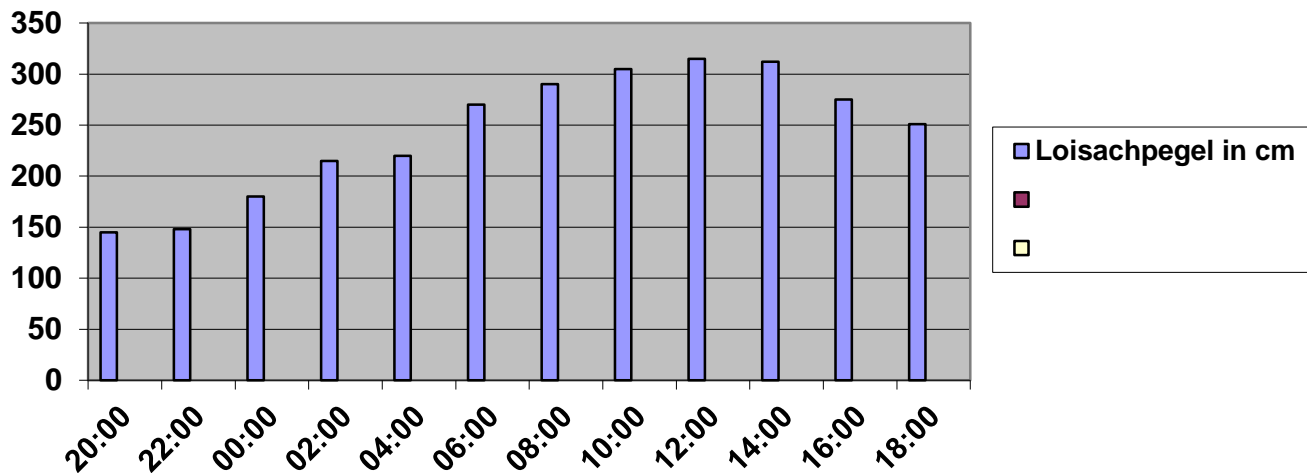
Es gibt sechs Zahlen: 479, 497, 749, 794, 947, 974

Nach der Größe geordnet, mit der kleinsten Zahl beginnend:

$$479 < 497 < 749 < 794 < 947 < 974$$

## 2. Veranschaulichung von natürlichen Zahlen

**Beispiel:** Wasserhöhe der Loisach am 22. und 23. August 2008



Uhrzeit	20:00	22:00	00:00	02:00	04:00	06:00	08:00
Pegel in cm	145	150	180	215	220	270	290

Uhrzeit	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00	
Pegel in cm	305	315	312	275	250	

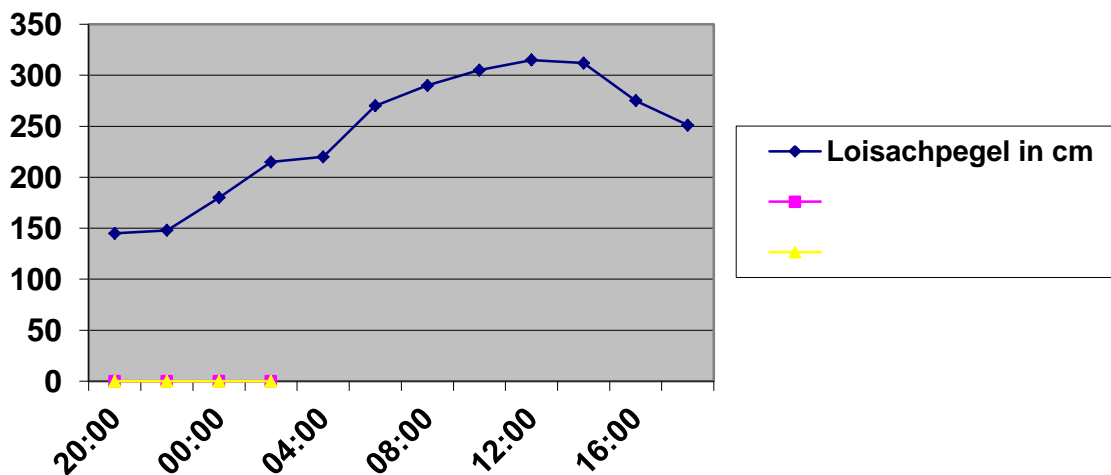
Höchster Pegelstand der Loisach: 12:00 Uhr 315 cm

Niedrigster Pegelstand der Loisach 20:00 Uhr 145 cm

Eine derartige Grafik nennt man ein *Diagramm*. Mit einem Diagramm können wir schnell einen Überblick über eine Liste von Zahlen zu geben.

In dem oben verwendeten Diagramm werden die Zahlen der Wasserhöhe durch Balken dargestellt. Man nennt dieses Diagramm daher **Balkendiagramm**.

Man kann auch eine andere Diagrammform wählen:

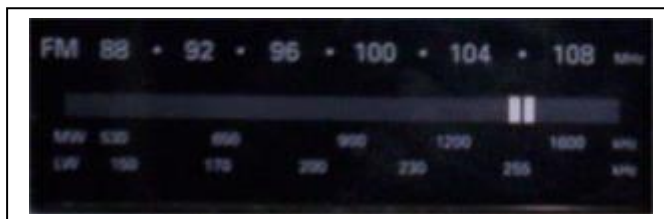


## 3. Der Zahlenstrahl und das Koordinatensystem

Arbeitsauftrag:

In Garmisch- Partenkirchen empfängt man einen Sender, indem man den Zeiger des Radios auf die angegebene Zahl dreht:

Bayern 1	89
Bayern 2	93
Bayern 3	97
Bayern 4	95
Bayern 5	104
Antenne Bayern	103
Radio Oberland	106



1. Welcher Sender wird von dem Besitzer des abgebildeten Radios gerade gehört?
2. Zeichne die Position des Zeigers in das Bild ein, wenn der Besitzer des Radios den Sender Bayern 1 hören will.
3. Zeichne die Position des Zeigers in das Bild ein, wenn der Nachrichtensender Bayern 5 gehört werden soll.

Auf einer Skala werden Zahlen in einem gleichmäßigen Abstand angeordnet. Diese Zahlen sind in der Regel natürliche Zahlen.

Ordnet man die natürlichen Zahlen, beginnend mit der 0 von links nach rechts in einem Abstand von 1cm an, dann erhalten wir einen sogenannten *Zahlenstrahl*.



Einen solchen einfachen Zahlenstrahl hat jeder in seinem Federmäppchen: Ein Lineal mit einer Länge von 16 cm.

Der Abstand zwischen zwei benachbarten Zahlen heißt Einheit.

Jede Zahl auf dem Zahlenstrahl gibt an, um wie viele Einheiten sie nach rechts vom Nullpunkt entfernt ist.

Arbeitsauftrag:

Zeichne einen Zahlenstrahl mit der Einheit 1cm in dein Heft und markiere auf diesem Zahlenstrahl die Zahlen 7, 8, 15, 19, 3 und 12.

Wie ist der Zusammenhang zwischen der Größe der Zahl und ihrer Position?



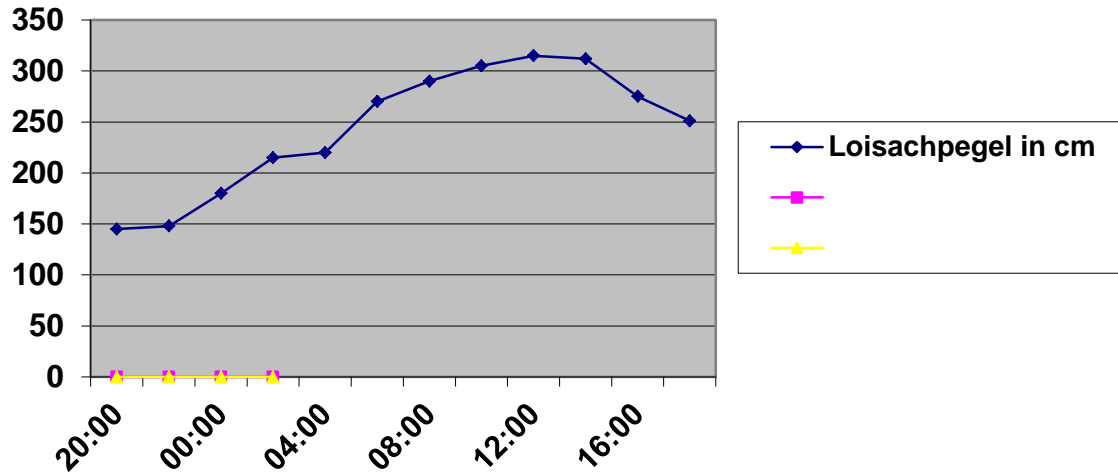
Je größer die Zahl ist, desto weiter rechts steht sie auf dem Zahlenstrahl.

Je kleiner die Zahl ist, desto weiter links steht die Zahl auf dem Zahlenstrahl.

Der Pfeil des Zahlenstrahls zeigt in die Richtung der größeren Zahl.

*Strichdiagramm und Zahlenstrahl:*

Erinnern wir uns nochmals an das Strichdiagramm von der Pegelstandsmessung der Loisach am 22. und 23. August 2005



Nach rechts sind die Zahlen der Uhrzeit auf einer Skala angeordnet. Die Einheit auf dieser Skala beträgt 2:00 Stunden. Da die Skala bei Null beginnt, handelt es sich um einen Zahlenstrahl.

Nach oben wird die Zahl des Pegelstands auf einer Skala angeordnet. Die Einheit auf dieser Skala ist 50 cm, da auch diese Skala bei Null beginnt, handelt es sich auch um einen Zahlenstrahl.

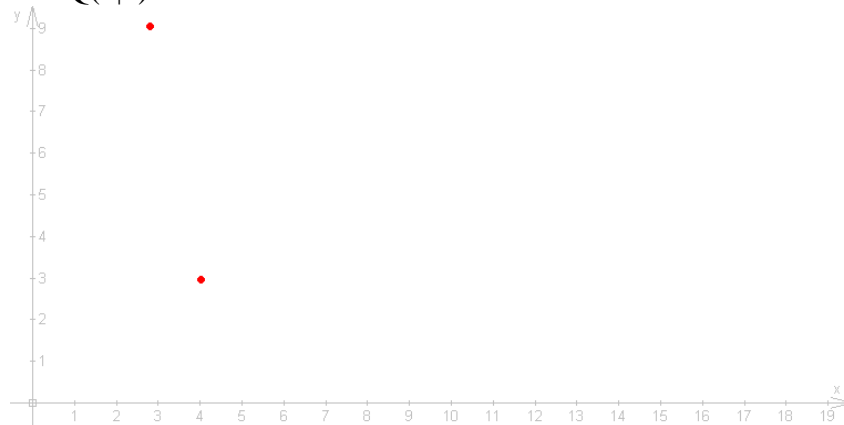
Zeichnet man zwei Zahlenstrahlen, welche die 0 als gemeinsamen Punkt haben und senkrecht aufeinander stehen, dann erhält man ein *Koordinatensystem*. Die Zahlenstrahlen heißen dann *Rechtswertachse* und *Hochwertachse*

Die Punkte in einem Koordinatensystem gibt man an, indem man erst die Zahl nach rechts und dann die Zahl nach oben notiert:

P(20:00|145) Q(04:00|220)

Arbeitsauftrag:

Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit von 1cm auf beiden Achsen und markiere die Punkte P(4|7) und Q(3|9)



#### 4. Das Dezimalsystem

##### Arbeitsauftrag:

Du hast die Ziffern 3, 5, 8, 9, 1 zur Verfügung. Bilde die kleinst- und die größt mögliche Zahl aus diesen Ziffern.

##### Lösung des Arbeitsauftrags:

kleinste Zahl: 13589

größte Zahl: 98531

##### Festlegung:

Die Bausteine einer Zahl sind Ziffern.

Gleiche Ziffern haben bei den natürlichen Zahlen *unterschiedliche Bedeutung*, wenn sie an *unterschiedlichen Stellen* stehen.

Die Stellenwerttafel gibt den Wert der einzelnen Stellen an, an denen die Ziffer stehen kann:

H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E			
Billionen			Milliarden			Millionen			Tausender			Hunderter		

Die Zahlen 10, 100, 1000, 10000 heißen *Stufenzahl des Zehnersystems*. Mit Fachbegriff heißt das Zehnersystem auch *Dezimalsystem*

Als Abkürzung für die Stufenzahl verwendet man auch die Potenzschreibweise:

$$10 = 1 \cdot 10 = 10$$

$$100 = 10 \cdot 10 = 10^2$$

$$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$$

##### Merkhilfe:

Die Potenz besteht immer aus einer Basiszahl und einer Hochzahl. Bei einer Potenz mit der Basis 10 gibt die Hochzahl jeweils die Anzahl der Nullen an.

##### Arbeitsauftrag:

Stelle in der Potenzschreibweise dar:

1. 10 000
2. 100 000
3. 1 Million
4. 1 Milliarde
5. 1 Tausend
6. Zehntausend
7. 100 000 000 000 000
8. Hundertbillarden Fünfzig Milliarden Dreihunderttausend Einhundert und Fünfzig

## 5. Das römische Zahlensystem

### Einführendes Beispiel:



Auf dem nebenstehenden Bild ist ein alter Radio- wecker gezeigt, dessen Ziffernblatt aus römischen Zahlen besteht.

#### Arbeitsauftrag:

- 1) Lege eine Tabelle für die Zahlen 1 bis 12 an, in welche du die römischen Zahlensymbole für diese Zahlen einträgst.
- 2) Erkläre, wie man sich die Bildung der römischen Zahlensymbole für 4 und 9 als Rechnung mit römischen Zahlen vorstellen kann.
- 3) Finde römische Zahlensymbole für die Zahlen 13, 14, 16 und 19.
- 4) Finde römische Zahlensymbole für die Zahlen 20, 24 und 29.
- 5) Worin kannst du bei der Verwendung von römischen Zahlen Nachteile gegenüber dem Dezimalsystem erkennen?

#### Römische Zahlensymbole:

1	5	10	50	100	500	1000
I	V	X	L	C	D	M

Im römischen Zahlensystem sind die Ziffern genauso wie die Buchstaben Zeichen, die zu einer Zahl zusammengesetzt werden, wie man eben aus Buchstaben Wörter zusammenstellt.

Bei dem Zusammenstellen der Zahlen erkennt man folgende Regeln:

- 1) Stehen gleiche Ziffern nebeneinander, dann werden ihre Werte zusammengezählt.
- 2) Steht eine niedrigere Ziffer hinter einer höheren Ziffer, dann werden ihre Werte ebenfalls zusammengezählt.
- 3) Steht eine niedrigere Ziffer vor einer höheren Ziffer, dann wird vom Wert der höheren Ziffer der Wert der niedrigeren Ziffer abgezogen.

Ein derartiges Zahlensystem nennt man additives Zahlensystem.

#### Beispiele:

- Für die erste Regel:  
 $II=1+1=2$
- Für die zweite Regel:  
 $VI=5+1=6$   
 $XI=10+1=11$   
 $XII=10+2=12$
- Für die dritte Regel:  
 $IV=5-1=4$   
 $IX=10-1=9$

Mit Hilfe dieser Regeln kann man nun auch Zahlen, die größer als 12 sind, in römischen Zahlensymbolen zusammensetzen, wie die nachstehende Tabelle zeigt:

Tabelle für weitere römische Zahlen:

13	14	16	19	20	24	29
XIII	XIV	XVI	IXX	XX	XXIV	IXX

Nachteile der römischen Zahlen:

Die Nachteile dieses zeichenbasierten Zahlensystems erkennt man, wenn man versucht die folgenden Zahlenangaben in römischen Zahlensymbolen anzugeben:

„Das Olympia-Ski-Stadion in Garmisch-Partenkirchen umfasst ein Areal von 50000 Quadratmeter und bietet insgesamt 30000 Zuschauern Platz.“

Übersetzung der Zahlenwerte:

40000 = MMMMMMMMMMM MMMMMMMMMMM MMMMMMMMMMM  
MMMMMMMMMMMM

30000 = MMMMMMMMMMM MMMMMMMMMMM MMMMMMMMMMM

Daran erkennt man die Problematik, dass größere Zahlen in der römischen Symbolsprache sehr lang und unübersichtlich werden, was die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers beim Anschreiben der Zahl vergrößert.